

Les scénarios : des esquisses aux topos et univers algébriques, l'analyse des théories par spécifications de formes.

René Guitart

Les théories sont classiquement spécifiées de façon logico-ensembliste, à l'aide de langages du premier ordre ou d'ordre supérieurs, ou via des monades. En fait on peut procéder autrement, court-circuitant l'approche logique, par spécification de limites, ou de recouvrements, ou de calculs relationnels algébriques, soit donc par les esquisses, les sites et topos, les univers algébriques.

Ce sont trois idées mêlées entre elles, et qui ont un point commun, celui de considérer des formes d'objets dans des catégories d'interprétations, formes au sens catégorique du terme (shape theory), et d'en spécifier des propriétés ou invariants.

On pourra appeler la spécification de propriétés des formes des « scénarios », et dire que les esquisses, topos et univers algébriques sont des scénari ou scénarios.

On a alors la notion de réalisation d'un scénario, et le problème fondamental est celui de la construction d'une réalisation librement engendré par une interprétation. En général ces modèles libres n'existe pas, dès lors que les scénarios ne sont pas algébriques, comme dans le cas des schémas récursifs de Herbrand.

Mais nous avons, dans certains cas, un théorème fondamental qui nous dit qu'il existe un Diagramme Localement Libre de réalisations (Guitart-Lair), et puis des théorèmes donnant des propriétés subséquentes des catégories de réalisations.

Le fait de voir les choses en termes de scénarios rend claire l'idée de remplacer la logique par la cohomologie, puisqu'il est possible de considérer la cohomologie en terme d'invariants de formes.